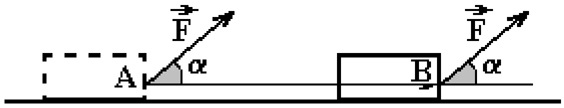
المظاهر الطاقية
Aspect energØtique

1. شغل قوة:

1.1. شغل قوة ثابتة:

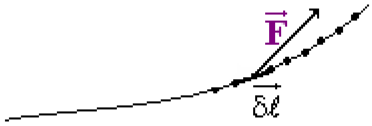


- شغل قوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب في إزاحة مستقيمية يساوي الجذاء السلمي لمتجهة القوة و متجهة انتقال نقطة تأثيرها

$$W_{A\to B}(\vec{F})=\vec{F}.\overrightarrow{AB}=F.AB.\cos(\vec{F},\overrightarrow{AB})=F.AB.\cos(\alpha)$$

$\overrightarrow{AB}$: متجهة انتقال نقطة تأثير القوة $\vec{F}$ بين الموضعين A و B

1.2. الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة:



- $\delta W(\vec{F})=\vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}$: الشغل الجزئي الذي تنجزه القوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\overrightarrow{\delta\ell}$
- الشغل الكلي بين الموضعين A و B للقوة $\vec{F}$ هو مجموع الأشغال الجزيئية

$$W_{A\to B}(\vec{F})=\sum\delta W(\vec{F})=\sum\vec{F}.\overrightarrow{\delta\ell}=\vec{F}.\sum\overrightarrow{\delta\ell}$$

1.3. شغل قوة مطبقة من طرف نابض:

$W_{A\to B}(\vec{T})=Ep_1-Ep_2=\frac{1}{2}K.(\Delta\ell_1{}^2-\Delta\ell_2{}^2)$: تعبير شغل القوة المطبقة من طرف نابض بين الموضعين الأول و الثاني

يتعلق شغل قوة الارتداد بالموضع البدئي و الموضع النهائي لمركز قصور الجسم

2. طاقة الوضع المرنة:

- طاقة الوضع المرنة Ep:

*** تعبير طاقة الوضع المرنة**

$$\boxed{Ep=\frac{1}{2}K.\Delta\ell^2+C}$$

C: ثابتة يجب تحديد قيمتها

بالنسبة لنابض أفقي $\Delta\ell=x$ و بالتالي : $Ep=\frac{1}{2}K.x^2+C$

*** مميزات طاقة الوضع المرنة:**

- تحديد قيمة الثابتة C^{te} و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة : (Ep=0)

<u>مثال:</u> المستوى الرأسي المار من **<u>موضع توازن</u>** الجسم الصلب **<u>مرجعا لطاقة الوضع المرنة</u>**

x=0 و **Ep=0** و منه **$C^{te}=0$**

و بالتالي: $\boxed{Ep=\frac{1}{2}K.x^2}$

3. الدراسة الطاقية للمجموعة (جسم صلب ، نابض) في وضع أفقي:

<u>الطاقة الحركية Ec:</u>

$Ec=\frac{1}{2}m.V^2=\frac{1}{2}m.\dot{x}^2$: تعبير الطاقة الحركية لمتحرك ما في إزاحة

$$x=x_m.\cos(\omega.t+\varphi)$$

$$Ec=\frac{1}{2}m.V^2=\frac{1}{2}m.\dot{x}^2=\frac{1}{2}m.\omega^2.x_m{}^2.\sin^2(\omega.t+\varphi)$$

<u>الطاقة الميكانيكية Em:</u>

<u>أ. تعريف:</u>

الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما، و في لحظة معينة ، هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع في هذه اللحظة

$$E_m=E_c+E_p$$

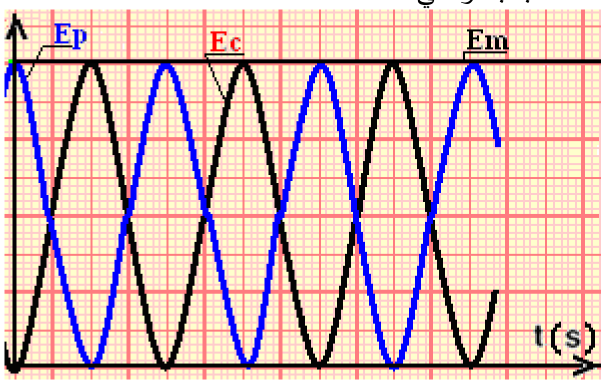
<u>ب. تعبير الطاقة الميكانيكية:</u>

$$E_m = \frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}K.x^2 + C$$
$$= \frac{1}{2}m.\omega^2.x_m{}^2.\sin^2(\omega.t+\varphi) + \frac{1}{2}K.x_m{}^2.\cos^2(\omega.t+\varphi) + C$$

نعلم أن $\omega^2 = \frac{K}{m}$ و بالتالي: $K=m.\omega^2$

$$E_m = \frac{1}{2}K.x_m{}^2.\sin^2(\omega.t+\varphi) + \frac{1}{2}K.x_m{}^2.\cos^2(\omega.t+\varphi) + C$$
$$= \frac{1}{2}K.x_m{}^2.(\sin^2(\omega.t+\varphi) + \cos^2(\omega.t+\varphi)) + C$$
$$= \frac{1}{2}K.x_m{}^2 + C$$

استنتاج : $x_m=C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تنحفظ $Em=C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي



$Em=C^{te}$

- بالنسبة للأفصول $x=xm$: $Em = \frac{1}{2}K.x_m{}^2 + C$

- بالنسبة للأفصول $x=0$: $Em = \frac{1}{2}m.V_m{}^2$

ج . نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

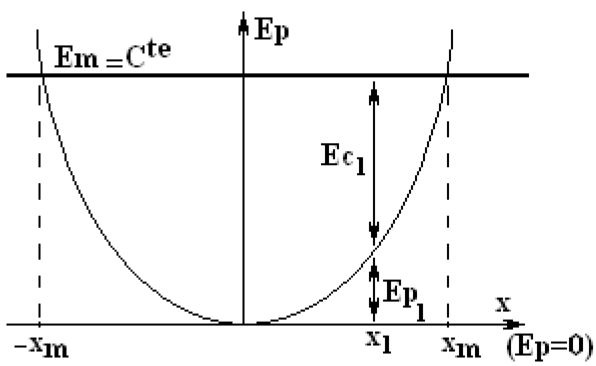
- مخطط الطاقة:

$Em= C^{te}$ و بالتالي $\mathbf{\Delta Em=Em_2-Em_1=0}$

$\Delta Em=Em_2-Em_1$ $=(Ec_2+ Ep_2) – (Ec_1+ Ep_1)$
$=(Ec_2 - Ec_1) + (Ep_2 - Ep_1)$
$= \Delta Ec + \Delta Ep$

$\mathbf{\Delta Ec+ \Delta Ep=0}$ و منه $\mathbf{\Delta Ec=- \Delta Ep}$

الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح



- المعادلة التفاضلية:

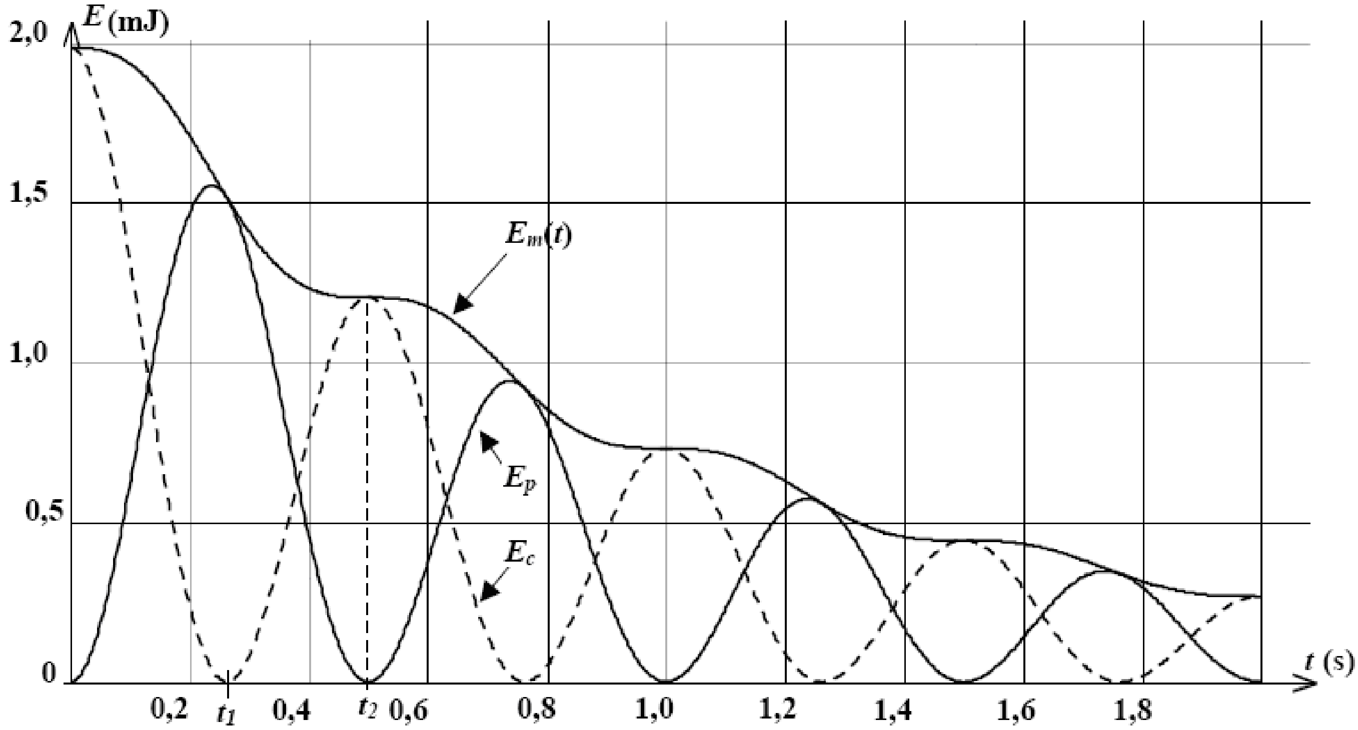
$Em= C^{te}$ و بالتالي $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m.V^2 + \frac{1}{2}K.x^2 + C)$$
$$= \frac{1}{2}m.2.V.\dot{V} + \frac{1}{2}K.2.x.\dot{x}$$

$$= m.V.\dot{V} + K.x.\dot{x} = m.V.\ddot{x} + K.x.V = V(m.\ddot{x} + K.x) = 0$$

$V\neq0$: سرعة المتذبذب و منه $m.\ddot{x} + K.x = 0$ و بالتالي $\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$

هام:
في حالة تواجد الاحتكاكات يتناقص وسع التذبذبات نظرا لتناقص الطاقة الميكانيكية مع مرور الزمن



4. الدراسة الطاقية لنواس اللي

الطاقة الحركية:

$\boxed{Ec = \frac{1}{2} J_{\Delta}.\dot{\theta}^2}$: الطاقة الحركية للقضيب.

J_{Δ}: عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ)

$\dot{\theta}$: السرعة الزاوية

تنحصر الطاقة الحركية لنواس اللي في الطاقة الحركية للقضيب

طاقة الوضع اللي المجموعة:

$$\boxed{Ep = \frac{1}{2}.C.\theta^2 + C_0}$$

C: ثابتة لي السلك

θ: الأفصول الزاوي

تحدد الثابتة C_0 باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي (Ep=0)

*** مميزات طاقة الوضع اللي:**

- تحديد قيمة الثابتة C_0 و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي : (Ep=0)

مثال: المستوى الرأسي المار من **موضع توازن** الجسم الصلب **مرجعا لطاقة الوضع اللي**

θ=0 و **Ep=0** و منه **C_0=0**

و بالتالي: $\boxed{Ep = \frac{1}{2}.C.\theta^2}$

- تعبير تغير طاقة الوضع اللي:

$$\Delta Ep = Ep_2 - Ep_1 = (\frac{1}{2}C.\theta_2{}^2 + C_0) - (\frac{1}{2}C.\theta_1{}^2 + C_0) = \frac{1}{2}C.(\theta_2{}^2 - \theta_1{}^2)$$

استنتاج : تغير طاقة الوضع اللي مستقل عن الثابتة C_0

الطاقة الميكانيكية Em:

أ. تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$E_m=E_c+E_p=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}C.\theta^2+C_0$$

$$=\frac{1}{2}J_\Delta.\omega^2.\dot{\theta}_m{}^2.\sin^2(\omega.t+\varphi)+\frac{1}{2}C.\theta_m{}^2.\cos^2(\omega.t+\varphi)+C_0$$

نعلم أن $\omega^2=\frac{C}{J_\Delta}$ و بالتالي: $C=J_\Delta.\omega^2$

$$E_m=\frac{1}{2}C.\theta_m{}^2.\sin^2(\omega.t+\varphi)+\frac{1}{2}C.\theta_m{}^2.\cos^2(\omega.t+\varphi)+C_0$$

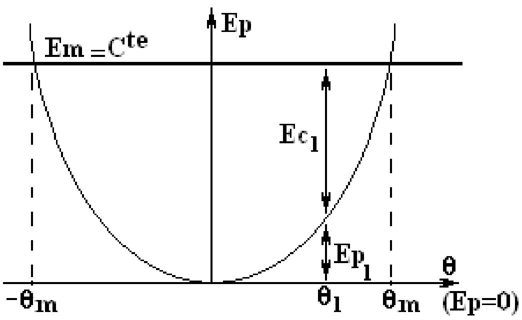
$$=\frac{1}{2}C.\theta_m{}^2.(\sin^2(\omega.t+\varphi)+\cos^2(\omega.t+\varphi))+C_0$$

$$=\frac{1}{2}C.\theta_m{}^2+C_0$$

استنتاج : $\theta_m=C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تنحفظ $Em=C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي

ب. نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

- مخطط الطاقة:



$Em=C^{te}$ و بالتالي $\mathbf{\Delta Em=Em_2-Em_1=0}$

$$\Delta Em=Em_2-Em_1=(Ec_2+Ep_2)-(Ec_1+Ep_1)$$
$$=(Ec_2-Ec_1)+(Ep_2-Ep_1)$$
$$=\Delta Ec+\Delta Ep$$

$\mathbf{\Delta Ec+\Delta Ep=0}$ و منه $\mathbf{\Delta Ec=-\Delta Ep}$

الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح

- المعادلة التفاضلية:

$Em=C^{te}$ و بالتالي $\frac{dE_m}{dt}=0$

$$\frac{dE_m}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}C.\theta^2+C_0)$$

$$=\frac{1}{2}.J_\Delta.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta}+\frac{1}{2}C.2.\theta.\dot{\theta}$$

$$=J_\Delta.\dot{\theta}.\ddot{\theta}+C.\theta.\dot{\theta}$$

$$=\dot{\theta}.(J_\Delta.\ddot{\theta}+C.\theta)=0$$

$V\neq0$: سرعة المتذبذب و منه $J_\Delta.\ddot{\theta}+C.\theta=0$ و بالتالي $\boxed{\ddot{\theta}+\frac{C}{J_\Delta}.\theta=0}$

- شغل مزدوجة اللي:

$$\boxed{\Delta Ec=-\Delta Ep}$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المتذبذب : $\Delta Ec=\sum W_{A\to B}(\vec{F})=W_{A\to B}(\vec{R})+W_{A\to B}(\vec{P})+Wc$

$W_{A\to B}(\vec{R})=0$: القوة $\vec{R}$ موازية مع المحور (Δ)

$W_{A\to B}(\vec{P})=0$: الوزن $\vec{R}$ موازية مع المحور (Δ)

$$Wc=-\Delta Ep$$

و بالتالي: $Wc=Ep_1-Ep_2=\frac{1}{2}C.(\theta_1{}^2-\theta_2{}^2)$

wwwjjamrach@gmail.com